DOI:10.19359/j.cn31-1004/j.1996.03.001

民族音乐

中国古代音阶的变迁和乐律理论的演进

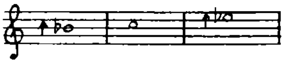
夏　野

一、关于原始乐调的推测

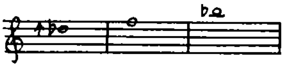
原始时期处于萌牙状态的音乐，只有一些简单的乐器和乐舞；歌唱也还不很发达。大约只是运用一些高低不等的音而且是很不固定的声音连接起来，《吕氏春秋》所谓"质效山林豁谷之音以歌"就是如此。歌唱也可能都是一些没有歌词或者歌词很不完整的劳动呼声，所以《路史》曾说："东户氏其歌乐而无谣"。从现代某些劳动号子常常没有完整的歌词一点也可想见。

原始乐舞如果不用歌唱就可能只用简单的打击乐器来击节伴舞。《尚书》所述"击石附石，百兽率舞"，就是如此。过去满族有一种原始乐舞叫《喜起舞》，是用一支箭在簸箕上划出一种音节来伴舞，据溥仪《我的前半生》(116 页)说，这种舞在清代宫廷一直作为一种仪式舞来运用。

后来经过长期的实践，才逐渐有了简单的音律观念，于是开始运用两个以上的具有一定音程关系的音来构成曲调。根据早期乐器和现代某些民族民间音乐的情况来推测，这种具有一定音程关系的乐调，可能最早多由三个音组成。例如安阳殷墓出土的两组编磬，都是三枚一组。其中藏故宫博物馆的一组，据民族音乐研究所测其音高为$^{b}b^{2}$、c^{3}、$^{b}e^{3}$，恰好构成一个大二度和小三度的三音列。可解为 sol、la、do (^{b}e 调)、re、mi、sol (^{b}A 调)、la、si、re (^{b}D 调)、do、re、fa (^{b}B 调)：

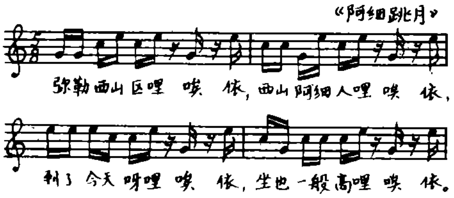


出土的商朝编钟，也常是三个一组，如 1953 年安阳大司空村殷墓出土的一套，其音高是$^{b}d^{2}$、F^{2}、$^{b}b^{2}$，如按^{b}D 调看，则为 do、mi、la 三音：

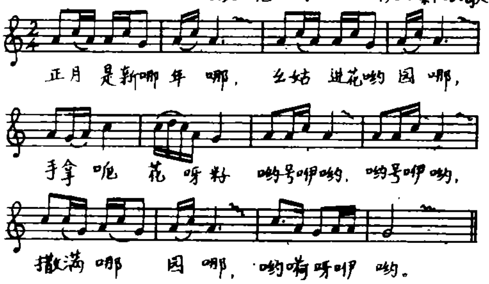


这种由三个音组成的乐调，在现代流传的民族民间音乐中还能经常见到，如下例《阿细跳月歌》、《撒花调》等：

《阿细跳月》

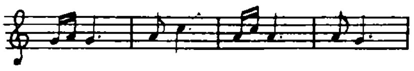


撒花调　　陕西紫阳民歌



《撒花调》这个曲调颇具有原始音调的风貌，括弧中的 re 音是由于强调语音而产生的，不一定有明确的音律。只 sol、la、do 三音才是有意识的运用。

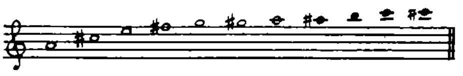
我们小时候用豆角做哨子吹着玩，模仿“哭嫁歌”的音调，常吹出：



这种曲调，也颇有原始音乐的风味。

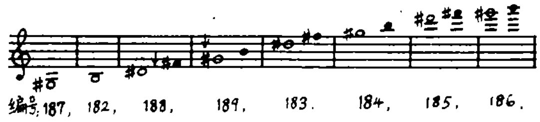
河南温县小田村出土的商代晚期编铙，也是三个一组，现藏郑州市博物馆，形制略同杨荫浏《中国古代音乐史稿》上册图 11，鼓部有方块突起，但铙柄无穿孔。发音为 C、E、G，（第二枚有裂，但能发音 E）。这种由 do、mi、sol 大小三度连续的音列，当系从吹管乐器自然音列得到的启示。《阿细跳月歌》是用芦笙伴奏，所以形成类似的音调（号声五度）。

单管乐器如号角之类，通过泛音列常发大小三度连续的音列。埙类乐器也是这样，如河南辉县出土的三个陶埙，一大二小，各有五孔，两个小埙经中国民族音乐研究所测音完全一致。用不同按孔法，可吹出十一个音，其中最高的四个音较难吹出，图示如下：

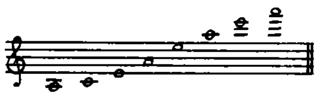


如视作 A 调，至少可发 do、mi、sol、la、si 等音，已是一件相当进步的旋律乐器了。当然那时的人并不一定就知道这样运用。从西周中义钟还只按四音列编排的情况看，大概周前的音调主要还是用三、四个音构成的。

中义钟是西周中期的产品。出土于陕西扶风县黄堆公社云塘大队，1959 年发现的西周窖藏品。现藏西安市陕西省博物馆。形制：有铭纹、枚长、铣直、于曲（后三者是西周钟的带稳定性的特点）。一组八个，测音如下：



按 B=1 记谱，每钟以鼓部一音为准，其音列为：



如连用其铣部发音，可发三度音的连续敲奏。其音列为：

以上所述周前乐器的情形，一般只限于四声音阶。五孔埙虽能吹出六声，但当时不一定知道如此运用。不过在歌唱方面，可能是有所突破的。

二、五声音阶与三分损益法

在有了初步音阶观念的基础上，人们在多方面音乐实践中，特别是弦乐器的发明和运用，以及在制造像排箫类管乐器的过程中，逐渐积累了一些经验。找到了一些关于管弦乐器发音的规律。同时又深深感觉到，要制造出发音准确的管乐器，单凭听觉是十分困难的。必须进一步从理性上掌握其规律。这样就极其自然地促成了乐律理论的产生。经过殷周两代的长期酝酿，随着科学的进步，特别是数学的发展，乐律理论正式产生了。

大约在春秋（公元前 841～前 476 年）时代，我们的祖先已经发明用数学方法来计算五声音阶中各音的弦长，称为“三分损益”法。这种方法可能最初是从弦上得到启示，以后才应用到管上去的。

三分损益法初见于《管子》（约成书于公元前 4 世纪）一书，它说：“凡将起五音，先主一而三之，四开以合九九，以是生黄钟小素之首，以成宫；三分而益之以一，为百有八，为徵；不无有三分而去其乘，适足以是生商；有三分而复于其所，以是生羽；有三分而去其乘，适足以是成角。”

这段话的意思是说，如要求出五音的弦长，首先应该求得一个标准音“黄钟”，把它作为宫音。这个标准音的求法是：

$(1\times3)^4=9\times9=81$

然后依法求得各音的长度为：

宫　$(1\times3)^4=81$

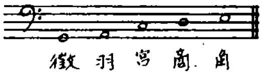
徵　$81\times4/3=108$

商　$108\times\frac{2}{3}=72$

羽　$72\times 4/3=96$

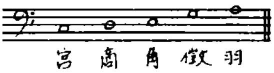
角　$96\times 2/3=64$

若按各音的相对高度依次排列，则得出一个以徵音为最低音的五声音阶。设宫音等于C，图示如下：



但按《史记》所述的算法又与此不同。《史记·律书》："律数九九八十一以为宫，三分去一五十四以为徵；三分益一七十二以为商；三分去一四十八以为羽；三分益一六十四以为角。"

同样运用的"三分损益"法，但《管子》是先益后损，《史记》是先损后益。因此所得徵羽两音的长度就比《管子》的各小一倍。也就是说要比《管子》所求出的徵羽两音各高一个八度。列成音阶则宫音最低：

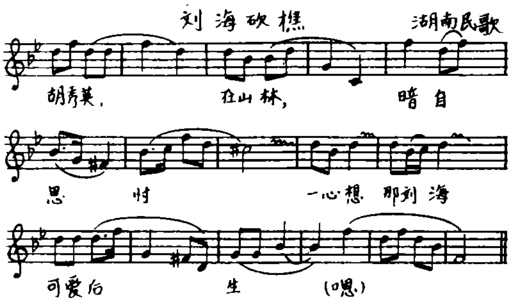


这两种音阶都是我国传统音乐中最为常见的。

三、七声音阶与十二律

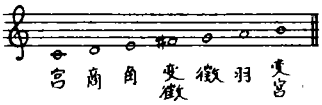
古代雅乐大抵都用五声音阶。但在民间歌唱中却早有六声和七声的存在。《战国策》述荆轲刺秦王的故事说："荆轲入秦，太子宾客知其事者，皆白衣冠以送之。至易水上，既祖取道，高渐离击筑，荆轲和而歌，为变徵之声，士皆垂泪涕泣。"变徵为低半音的徵音。荆轲为了抒发他当时慷慨激越的情绪，在歌唱中使用了变徵这个音（一说是变徵调），这是很自然的。

另外，当歌唱中使用花腔时，或强调语音时，也可能用到五声甚至于七声以外的变音。如《楚词》宋玉对楚王问时曾说："客有歌于郢中者，其始曰《下里》《巴人》，国中属而和者数千人。其为《阳春》、《白雪》，国中属而和者数十人。引商刻羽，杂以流徵，国中属而和者不过数人而已；宋玉这段话虽然主要是为了说明他那"曲高和寡"的理论，但从中却可看到当时民间歌唱中有所谓"杂以流徵"和"引商刻羽"之类的音。即含有五声、七声以外的音。可能流徵即徵的高半音，但又不那么肯定。现在湖南民歌中，还有这种杂用流徵的情形。如湖南花鼓戏调《刘海砍樵》：



七声音阶中的变宫音，明确见于记载较晚，但《左传》已有"为九歌、八风、七音、六律以奉五声"等话，又《国语》中所谓"宫逐羽音"，据王光祈推测，可能即是增加变宫一音之意。凡此均可说明当时有六、七声音阶的存在。

七声音阶中的变宫、变徵两音，亦系用"三分损益"法求得。因求得的变徵比现代大调音阶的四度音fa要高半音，约相当于#fa。我们称这种含#fa的音阶为古代音阶。图示如下：



这种音阶在我国传统音乐中还能经常见到。如秦腔中的fa，就比现代C大调音阶中的fa略高半音，接近于#fa。

公元前4世纪以前，从宫观念亦已确立。即音阶中有个主音。《国语》伶州鸠答周景王问："大不逾宫，细不过羽，夫宫，音之主也。"古代音阶中的宫、商、角、徵、羽等相当于唱名性质。它们是不含有固定音高意义的。为了旋宫的需要，又有十二律的发明。

十二律的名称初见于《国语》（约成书于公元前4世纪）。即黄钟、大吕、太簇、夹钟、姑洗、仲吕、蕤宾、林钟、夷则、南吕、无射、应钟。其中单数称律，双数称吕（亦称同）。故十二律又称十二律吕。

十二律亦用三分损益法求得。最早说明其算法的是《吕氏春秋》（约成书于公元前2世纪）。它说：

"黄钟生林钟，林钟生太簇，太簇生南吕，南吕生姑洗，姑洗生应钟，应钟生蕤宾，蕤宾生大吕，大吕生夷则，夷则生夹钟，夹钟生无射，无射生仲吕。三分所生，益之一分以上生。三分所生，去其一分以下生。黄钟、大吕、太簇、夹钟、姑洗、仲吕、蕤宾为上，林钟、夷

则、南吕、无射、应钟为下。”

这种算法，基本上和《管子》的算法一样，但已算全了十二律。据杨荫浏先生考查，这时的黄钟音高约当现在的 F，略低一些。为讲解方便，我们假定黄钟等于 C^1。如此，则各律的音高大致如下：（“弧线”表示大半音，“尖角”表示小半音。）

四、旋相为宫与八十四调的建立

1、调和调试

有了五、七声音阶和十二律的理论以及从宫观念的确立，就为旋宫理论奠定了全面基础。《礼记·礼运篇》云：“五声、六律、十二管，旋相为宫也。”就是说的五声或七声音阶，可以任何一律为宫而构成十二个不同音高的宫音阶。以何律为宫即称何宫。如以黄钟为宫称黄钟宫，以大吕为宫称大吕宫，以林钟为宫称林钟宫等。

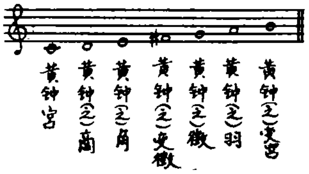
宫之外又有调。调指调式（注意古代调字与今天我们对调字的观念是有区别的）。即七声或五声中任何一音均可作为主音宫而构成不同的调式。以宫为主音的称宫调，以商为主音的称商调，以角为主音的称角调等。

不同调式在民间音乐中是早就存在的。如前述《管子》所算的五声微调式音阶。《战国策》述荆轲歌时所谓“复为羽声慷慨”，其中“羽声”就是指的以羽音为主音的羽调式。但调式作为较明确的理论记载则较晚些。《魏书·陈仲孺奏》正式提到有所谓平清瑟三调。据他说：“平调以宫为主，清调以商为主……”等等。

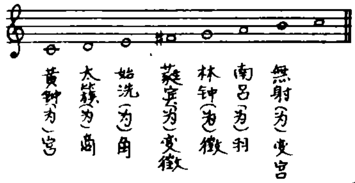
2、之调式体系与为调式体系

我国古代特别重视宫音在调式中的作用。所以任何调式的调高均依其所属音阶的宫音高度为准。并以此命名。如以黄钟为宫的宫调式称黄钟宫，以黄钟为宫的商、角、徵、羽调式则分别称为黄钟商、黄钟角、黄钟徵、黄钟羽。即黄钟宫音阶之商调式、角调式、徵调式、羽调式之意，所以音乐史家通常把这种理论体系称为“之调式体系”。

设黄钟等于 C_1，按之调式体系，各调式名称如下：



唐宋以前，音乐理论家都是采用的这一体系。但以后又出现了一种“为调式体系”。该体系注重调式的主音（与前注重宫音不同），便以调式主音的音高为标准作为该调式命名的根据。如以黄钟为宫的商调式，不称黄钟（之）商，而称太簇商。即以太簇为商（主音）的商调式之意。如下图：



这种“为调式体系”和现在的叫法相似。如现在称以 C 为 do 的大调为 C 大调，以 c 为 la 的小调称为 c 小调，以 a 为 la 的小调称 a 小调等。

由于这两种宫调命名体系各有优缺点，所以唐宋以来一直并行。直到现在仍然如此。例如简谱中无论是何调式，均注以 1＝C、1＝F 等，便是用的“之调式体系”。但也有注为 6＝C、5＝a 等等的，这就是用的“为调式体系”。

因此我们在阅读音乐史料时，必须要注意著者是采用的那一种体系。因为同样称为“黄钟商”的调式，由于所用体系不同，含义也完全两样，一种是指以黄钟为宫的商调式，即黄钟之商。一种是指以黄钟为商的商调式，即黄钟为商。两者调式相同，而主音音高则不同。

五、八十四调理论的确立

如前所述，关于宫调的实践，在民间音乐中是早就存在的。《礼记·礼运》首次总结了“十二律旋相为宫”的理论。《汉书·陈仲儒奏》又提到了用音阶中不同的音作为主音以构成不同调式的问题。但十二律旋相为宫，每宫可得七调，共可得八十四调的完整理论，则以南北朝周、隋时的万宝常最早。五代后周时的王朴又作了进一步的解释。

万宝常是北齐—周、隋间人。（约 556—595），幼年随北齐中书侍郎祖珽学习音乐，曾协助祖珽修洛阳旧曲。接触过不少龟兹乐，并精于演奏琵琶。他父

亲大通原是南方人，后因谋返南朝而被杀；宝常因而被配为乐户。在宫廷里当乐工。隋统一后，宝常继续在太常当乐工，隋开皇(公元 589～600 年)初，他受命用水尺为律“具论八音旋相为宫之法，改弦移柱之变”创为八十四调的理论，又撰乐谱六十四卷。但因不得当局信任，所作均未被采用。后忧愤贫病而至饿死。死前焚其旧稿，有人从馀火中寻得数卷。先是，柱国沛公郑译等订乐，曾数次召宝常与议，因而获得宝常的见解。所以后来郑译也提出了八十四调的理论。值得注意的是，万宝常还主张八声音阶。即在七声之外，另加一个应声，这是由于当时民间俗乐中流行着两种音阶体系、一种是降低第七度音并以清角(比角高半音)代替变徵的燕音阶。一种是以清角代替变徵的清音阶。把两种音阶综合起来，就成了八声音阶：

律名：	黄钟	大吕	太簇	夹钟	姑洗	仲吕	蕤宾	林钟	夷则	南吕	无射	应钟	黄钟
燕音阶	宫		商		角	清角(变)		徵		羽	清羽(闰)		宫
清音阶	宫		商		角	清角		徵		羽		变宫	宫
八声音阶	宫		商		角	清角(变)		徵		羽	闰	应	宫

六、清音阶、燕音阶与俗乐二十八调

汉以前，我国宫廷音乐都是用的一种半音在四、五度与七、八度之间的音阶。我们称为古代音阶或雅音阶。已如前面所述。现在说一说清音阶与燕音阶。

1、清音阶

魏晋南北朝以来，宫廷已采用了一种不同于古代雅音阶的清音阶。其特点是不用变徵而改用清角(参阅前节)。

《隋书·音乐志》载郑译论乐说：“今乐府黄钟，乃以林钟为调首，失君臣之义。清乐黄钟宫以小吕(即仲吕)为变徵，乖相生之道。今请雅乐黄钟宫以黄钟为调首，清乐去小吕，还用蕤宾为变徵”。这段话可列表说明如下：

律名	黄	大	太	夹	姑	仲	蕤	林	夷	南	无	应	黄
古雅音阶黄钟宫	·宫		商		角		变徵	徵		羽		变	宫
今乐府黄钟宫	清角		徵		羽		变宫	·宫		商		角	
清乐黄钟宫	·宫		商		角	清角		徵		羽		变宫	宫

魏晋南北朝以来，乐府音乐中所出现的这一新的音阶体系，从理论上说，也可解释为由于古音阶下徵调广泛运用的结果。但主要的还是由于民间音乐特别是当时南方民间音乐在宫廷取得重要地位的结果。

清乐音阶又称新音阶。它是南北朝以来直到今天最有影响的音阶体系。是我国音乐史上很值得注意的一件事。

2、燕音阶

除上述两种音阶体系外，在唐代燕乐中，还广泛使用过一种降低第七度音和以清角代替变徵的音阶体系，我们称它为燕音阶。

《宋史·乐志》引蔡元定论燕音阶的结构说：“一宫，二商，三角，四变为宫，五徵，六羽，七闰为角；五声之号与雅乐同，惟变徵以于十二律中阴阳易位，故谓之变；变宫以七声所不及，取闰余之意，故谓之闰；四变居宫声之对，故为宫。俗乐以闰为正声，以闰加变，故闰为角，而实非正角。此其七声高下之略也。”这段话把燕音阶的特点说得很清楚。他是用雅音阶、清音阶和燕音阶对照而说的：

律名	黄	大	太	夹	姑	仲	蕤	林	夷	南	无	应	黄
古音阶	宫		商		角		变徵	徵		羽		变宫	宫
燕音阶	宫		商		角	变		徵		羽	闰		宫
清音阶	宫		商		角	清角		徵		羽		变宫	宫

从理论上说，这种燕音阶也可解释为源于古雅乐音阶的商调式。因单从音阶各音的排列来看，它和古音阶的商调式基本上是一样的。但在实际音乐中表现却很不一样。根据史料记载，它与南北朝以来西北盛行西域音乐有关。宋·沈括《梦溪笔谈》说：“唐天宝时，始以法曲与番部合奏，乃以先王之乐为雅乐，前后新声为清乐，合番部为燕乐。”清·凌廷堪《燕乐考源》亦认为魏晋梁陈之俗乐为清乐，周齐之乐为燕乐。北齐·北周均为鲜卑人统治，崇尚西域音乐。这种乐调可能是受龟兹乐影响而形成的。据《隋书·音乐志》说，早在周武帝时有一个随突厥皇后阿史拉来的琵琶工苏祗婆，他所演奏的音乐就是用的这种燕乐音阶。

3、隋唐俗乐二十八调

十二律旋相为宫和七声旋相为调，在理论上可得八十四调。但变宫、变徵调式，实际音乐中是没有的。加以我国古代常用五声音阶，所以古代音乐理论

家也有主张六十调的。而隋唐燕乐实际运用的宫调，只有二十八个。而且只在宫廷宴会所作的俗乐(燕乐)中运用，所以有“俗乐二十八调”之称。也叫“燕乐二十八调”。

二十八调包括七个不同音高的宫音阶，每宫用宫、商、角、羽四个调式。但所谓角调，实际上是雅音阶的变宫调，即清乐林钟宫的角调，列表说明如下：

律名	黄钟	大吕	太簇	夹钟	姑洗	仲吕	蕤宾	林钟	夷则	南吕	无射	应钟	黄钟
雅音阶	do		re		mi		#fa	sol		la		si	do
清音阶	fa		sol		la		si	do		re		mi	fa
燕音阶	do		re		mi	fa		sol		la	♭si		do
四　调	宫调式		商调式							羽调式		角调式	

关于二十八调的名称。据《新唐书·礼乐志》说：“凡所谓俗乐者，二十有八调：正宫，高宫，仲吕宫，道调宫，南吕宫，仙吕宫，黄钟宫，为七宫；越调，大食调，高大石调，双调，小食调，歇指调，林钟商，为七商；大食角，高大石角，双角，小食角，歇指角，林钟角，越角，为七角；中吕调，正平调，高平调，仙吕调，黄钟羽，般涉调，高般涉，为七羽。”兹列表如下：

隋唐俗乐二十八调表

唐俗乐律	倍南	倍无	倍应	黄	大	太	夹	姑	仲	蕤	林	夷
唐雅乐律	黄	大	太	夹	姑	仲	蕤	林	夷	南	无	应
七　宫	黄钟宫		正宫	高宫		中吕宫		道调宫		南吕宫	仙吕宫	
七　商	越调		大食调	高大食调		双调		小食调		歇指调	林钟商	
七　羽	黄钟羽		般涉调	高般涉		中吕调		正平调		高平调	仙吕调	
七　角	越角		大食角	高大食角		双角		小食角		歇指角	林钟角	

七、乐律理论的发展与十二平均律的发明

古代虽有十二律旋相为宫的理论，但以三分损益法求得的十二律是不平均律。其高八度黄钟不能回到本律。无法作完满的旋宫。因此宫廷雅乐并未真正实行旋宫。此种情况，在史书中屡有记载。

《旧五代史·乐志》说：“汉至隋垂十代，凡数百年。所存者黄钟之宫，一调而已：十二律中，惟用七声，其余五种，谓之哑钟。”

唐·杜佑《通典·乐典》亦云：“宫廷之乐久丧，汉章帝建初三年，鲍邺始请用之。顺帝阳嘉二年复废。累代会黄钟一均，变极七音，则五钟废而不击，反谓之哑钟。”

为了解决黄钟能回到本律和十二律旋相为宫的问题，汉以来有不少学者进行研究，或在实践中进行创造。先后出现了京房六十律、钱乐之三百六十律、古琴上的四分律(相当于纯律)、何承天十二均差律、朱载堉十二平均律等。简要说明如下。

1、京房六十律、钱乐之三百六十律与蔡元定十八律

京房，本姓李，字君明，河北顿丘(今河北省清丰县西南)人。汉元帝(公元前48～43)时以孝廉为郎中。曾出为魏太守。是易学家。曾改革乐器，将四孔笛(竖吹)增为五孔。又发现以管定律有缺陷，明确提出“竹声不可以变调，”乃创为十二弦的“准”来定律，而以一根黄钟管作标准音。

他因见三分损益十二不平均律不能回到黄钟本律，且旋宫时会出现不同的音阶结构，便继续推算下去。当生至五十三律色育时，已和黄钟极近似，按理可以不必再生。但京房为了凑足整数，结果作成六十律。当然这种律制因律数太多，是完全不能应用的。

后来到南北朝时候，宋太史钱乐之更继续推算到三百六十律。其结果虽然已能基本上回到黄钟。但在实用上就更加没有意义了。

其后，南宋淳熙年间，建安布衣蔡元定就提出了只算十八律的理论，史称“蔡元定十八律”。他在《律吕新书》中评论六十律说：“十二律循环相生，而世人不知三分损益之数往而不返，仲吕再生黄钟，只得八寸七分有奇，不成黄钟正声。京房觉其如此，故仲吕再生别名执始，转生四十八律，不知变律之数，止于六者，出于自然，不可复加。虽强加之，亦无所用也。”

2、古琴上的四分损益律(相当纯律)

古琴在汉代前期已逐渐确立了它的形制。湖南马王堆出土的琴，虽然尾部尚与后来的琴不一样。但完成了七根弦的定制。而四川资阳和绵阳出土的汉代抚琴俑，其形制就基本上和唐琴接近了。

徽分确立于何时，目前尚有争论。但晋·嵇康《琴赋》里已明确提到了徽，赋云："间辽故音痹，弦长故徽鸣(东坡注：徽鸣者，今所谓泛声也)。又云："弦以园客之丝，徽以钟山之玉。"可见至少在晋初，古琴已完全运用徽分了。

古琴上的十三个徽位，不是按三分损益法而是按泛音关系设置的。与四分损益法相符。徽位指示出泛音所在的位置，也是按弦的标志。

因此，如按琴谱中所用的调，运用适当的徽位，在各条弦上准确地按在第三、六、八、十一等徽位上，就能发出空弦的大三度、大六度来。自然，古琴的定弦也应与四分损益律即空弦音应与泛音相一致。

当然，琴曲取音并不一定都按准确的徽位，但从早期琴曲如《碣石调幽兰》取音的情况来看，它把所有的三、六度泛音都用到了。因此实际上已用了纯律音阶。三度和六度是四分损益律(纯律)的特征音。其四度、五度和八度音都和三分损益律相同，但其三度和六度音则比三分损益律的三、六度音要低一些。而它的二度音又比三分损益律的二度音要高一些。

3、管口校正法的发明

继汉京房的六十律理论之后，尚有荀勖的管口校正十二律和何承天的十二均差律。

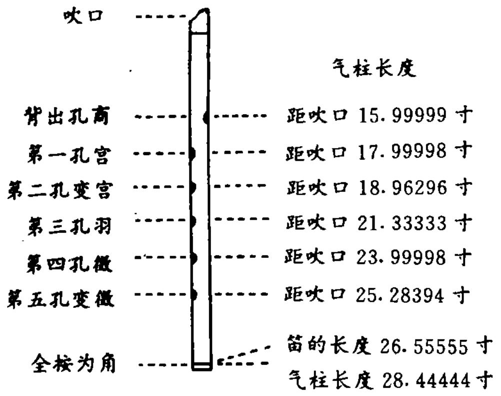
荀勖，字公曾，魏晋间颍阳(今河南许昌)人，卒于 289 年。初仕魏，入晋领秘书监至尚书令，并掌管音乐。他于公元 274 年制了十二只不同调的笛子。在制笛过程中，他找到了笛的管口校正数。

管乐器的发音是靠气柱振动而成的。气柱的长度比管要长一些。故计算管律时必须将此因素考虑在内，发音才能准确。笛是需要在旁边开若干音孔的，而且每个较高音孔的音高又常与其下若干相邻音孔的距离和各孔的大小有密切关系。所以它的管口校正就比单纯的开口管更不容易找出。而荀勖在一千七百年前能初步解决此问题，确是一件相当了不起的科学成就。

荀勖的笛是直吹的，有六个按音孔，后面一个按孔最上，作为商音。其余五孔依次向下排列为宫、变宫、羽、徵、变徵，六孔全按为角，如下图。

荀勖黄钟笛的长度约相当于姑洗律的四倍。空间容量约当姑洗律管的八倍。按古代黄钟律管长度为九寸。据此得姑洗律管长 7.11111 寸。故黄钟律管应为：7.11111×4＝28.44444。此即《晋书·律历志》所谓："长二尺八寸四分四厘有奇。"但这个长度只能作为制笛时的参考。因为"笛竹率上大下小，不能均齐。必不得已，取其声均合"。所以实际上只要在未开孔前吹出的音和姑洗律相当就行了。因此之故，荀勖黄钟笛的实际长度可能比 28.44444 为短。此数不如说是气柱长度为恰当。其角音的实际长度是 26.55555。

荀勖的管口校正数是黄钟律与姑洗律之差。即 9(黄钟律)－7.11111(姑洗律)＝1.88889。



从以上可以看出，荀勖在 1680 多年前已用了管口校正的方法制笛。不过他所用的校正数 1.88889 是否正确合理，则只有知道了当时黄钟律的真正音高，然后作细致地物理实验，才能作出判断。据杨荫浏先生说，他曾按荀勖的方法制了荀勖黄钟笛，听它的音阶，觉得接近准确；又听它第一孔宫音，觉得比 g_1 稍低而与荀勖在另一环境中所定的黄钟律音高大致相合。

4、何承天三分损益十二均差律

在解决黄钟$_2$回到本律而又维持十二律之数方面，何承天的"新律"(即三分损益十二均差律)具有十分重要的意义。

何承天是南朝宋郯(今山东郯城县)人。宋武帝(420～422)时曾为尚书祠部郎。他的新律是将黄钟$_2$与黄钟本律长度之差平分为十二等分，然后将此数递加在林钟以下的各律上，以调整相邻各律间的音程关系。

按古律从仲吕还生所得的黄钟$_2$其长度为：8.8788，比正律黄钟 9 短少 0.1212。何氏即将此数平分为十二等分(每分为 0.0101)，依次递加在各律上，列算式如下：

黄钟＝9

林钟＝6＋0.0101＝6.0101

太簇＝8＋0.0101×2＝8.0202

南吕＝5.3333＋0.0101×3＝5.3636

姑洗＝7.1111＋0.0101×4＝7.1515

应钟＝4.7407＋0.0101×5＝4.7912

蕤宾＝63209＋0.0101×6＝6.3815

大吕＝8.4279＋0.0101×7＝8.4986

夷则＝5.6186＋0.0101×8＝5.6994

夹钟＝7.4915＋0.0101×9＝7.5824

无射＝4.9943＋0.0101×10＝5.0953

仲吕＝6.6591＋0.0101×11＝6.7702

黄钟$_2$＝8.8788＋0.0101×12＝9

根据这种计算，不但黄钟$_2$已完全和黄钟本律相等，而且各相邻音之间的音程关系也得到了调整，即原为大半音的变为了中半音，原为小半音的亦变为了中半音。如：

黄钟与大吕之间振动数比为$\frac{9}{8.4986}=1.059$

大吕与太簇之间振动数比为$\frac{8.4986}{8.0202}=1.059$

这样，各半音之间的音程关系，已几乎完全相等。虽然程度上还不精确，有的还差少许。但显然已十分接近于十二平均律。何承天这一创制，实在不失为乐律史上一项极其重大的贡献。它比西洋现行十二平均律约早一千二百年，比朱载堉十二平均律约早一千一百年。

5、朱载堉十二平均律

朱载堉生于明嘉靖十五年(1536)，死年不可考。辞海定约公元1610年。他是恭王朱厚烷之子。因父亲得罪了皇帝被长期系狱，朱载堉乃筑土室于宫门外，专心致力于音乐、历学、数学的研究。著作很多。其中《律学新说》(1584年成书)已记述了十二平均律的理论。他称为"新法密律"。1596年在他六十一岁时又著成《律吕精义》一书，列出了十二平均律的详细算法及数字。他在《律吕精义》中说："度本起于黄钟之长，即度法一尺。命平方一尺为黄钟之率，东面十寸为勾，自乘为百寸，为勾幂；南北十寸为股，自乘得百寸为股幂；相并共得二百寸为弦幂。乃置弦幂为实，开平方法除之，得弦一尺一分四厘二毫一丝三忽五微六纤二三七三〇九五〇四八八〇一六八九，为方之斜。即园之经。亦即蕤宾倍律之率。"意即将八度黄钟率2加以平分得蕤宾率。即

$$\sqrt[2]{1^2+1^2}=\sqrt[2]{2}=1.414$$

又说："以勾十寸乘之，得平方积一百四十一寸四十二分一十三厘五十六毫二十三丝七十三忽〇九五〇四八八〇一六八九，为实。开平方法除之，得一尺一寸八分九厘二毫〇七忽一微一纤五〇〇二七二一〇六六七一七五，即南吕陪律之率。"意即将八度率之一半再平分，得南吕。

$$\sqrt[2]{1\times\sqrt[2]{2}}=\sqrt[4]{2}=\sqrt[2]{1.414}=1.189$$

"仍以勾乘十寸，又以股十寸乘之，得立方积一千一百八十九寸二百〇七分一百一十五厘〇〇二毫七百二十一丝〇六十六忽七一七五，为实。开立方法除之，得一尺〇五分九厘四毫六丝三忽〇九纤四三五九二九五二六四五六一八二五。即应钟陪律之率。"意即将八度率之半的一半再作作三分，得应钟。

$$\sqrt{1\times1\times\sqrt[4]{2}}=\sqrt[2]{2}=\sqrt[3]{1.189}=1.059$$

"盖十二律黄钟为始，应钟为终，终而复始，循环无间，此自然真理，犹真后元生，坤尽复来也。是故各律皆以黄钟正数十寸乘之，为实。皆以应钟陪数十寸〇五分九厘四毫六丝三忽〇九纤四三五九二九五二六四五六一八二五为法除之，即得其次律也，安有往而不返之理哉。旧法往而不返者，盖由三分损益，算法不精之所致也。是故新法不用三分损益，别造密律。其详如左。"按以下所列各律算法，即是按朱氏所述用应钟陪律之率依次除次一律所得：(取小数点后三位数)。

黄钟倍律＝2

大吕倍律＝2/1.059＝1.887

太簇倍律＝1.887/1.059＝1.781

夹钟倍律＝1.781/1.059＝1.681

姑洗倍律＝1.681/1.059＝1.587

仲吕倍律＝1.587/1.059＝1.498

蕤宾倍律＝1.498/1.059＝1.414

林钟倍律＝1.414/1.059＝1.334

夷则倍律＝1.334/1.059＝1.259

南吕倍律＝1.259/1.059＝1.189

无射倍律＝1.189/1.059＝1.122

应钟倍律＝1.122/1.059＝1.059

黄钟正律＝1.059/1.059＝1

上列每半音间的振动数比均为1.059，合100音分。朱载堉的十二平均律，因受当时封建社会各方面条件限制，未能实际运用。他的著作呈献宫廷后，一直被置之高阁。